

11 | Matematica generale

Gli esercizi 23, 24 e 39, e i rispettivi commenti, sono sostituiti dai seguenti in quanto già presenti nel capitolo 11.

11.1 | Esercizi proposti

23 Data una funzione $y = f(x)$ è sempre vero che:

- A la funzione reciproca ha lo stesso dominio della funzione $f(x)$
- B la funzione inversa ha lo stesso dominio della funzione $f(x)$
- C la funzione inversa è data da $y = \frac{1}{f(x)}$
- D la funzione reciproca è data da $y = \frac{1}{f(x)}$

24 Data la funzione $f(x) = 3x - 6$, quale delle seguenti risposte rappresenta la sua funzione inversa?

- A $f^{-1}(x) = 2 - \frac{x}{3}$
- B $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} - 2$
- C $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 2$
- D $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} - 6$

39 Si consideri la funzione $f(x) = 1 - \frac{\sqrt{x^2}}{x}$; quale delle seguenti affermazioni è vera?

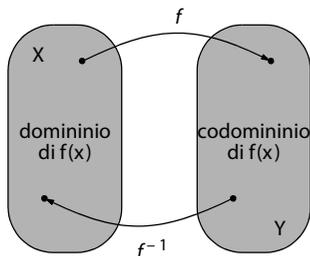
- A $f(x) = 0$ per ogni x
- B $f(x) = 0$ per ogni $x > 0$; $f(x) = 2$ per $x < 0$
- C $f(x) = 0$ per ogni $x \neq 0$
- D $f(x) = 2$ per ogni x

11.2 | Soluzioni e commenti

23 La risposta esatta è la **D**, per la definizione stessa di funzione reciproca.

La risposta **A** è errata; infatti, se la funzione $f(x)$ interseca l'asse delle x in almeno un punto del suo dominio, in tale punto la funzione reciproca $y = \frac{1}{f(x)}$ non è definita, poiché si annulla il denominatore.

La risposta **B** è errata poiché il dominio della funzione inversa di $f(x)$, coincide con il codominio della funzione $f(x)$:



La risposta **C** è errata in quanto la funzione inversa di $f(x)$ indicata con $y = f^{-1}(x)$, non corrisponde a $y = [f(x)]^{-1} = \frac{1}{f(x)}$.

24 Data una funzione $f(x)$, per determinare l'espressione analitica della sua funzione inversa si deve esplicitare la variabile indipendente x in funzione della variabile dipendente y e scambiare le variabili. In questo caso:

$$f(x) = 3x - 6 \rightarrow y = 3x - 6 \rightarrow \frac{y+6}{3} = x \rightarrow x = \frac{y}{3} + 2$$

Invertendo a questo punto le due variabili si ricava che

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 2 \text{ (risposta } \mathbf{C})$$

39 Ricordando che $\sqrt{x^2} = |x|$, la funzione può essere riscritta nel modo seguente:

$$f(x) = 1 - \frac{|x|}{x}$$

per cui, se $x > 0$ si ha:

$$f(x) = 1 - \frac{x}{x} = 1 - 1 = 0$$

Viceversa se $x < 0$ si ha:

$$f(x) = 1 - \frac{(-x)}{x} = 1 + \frac{x}{x} = 1 + 1 = 2$$

per cui la risposta corretta è la **B**.